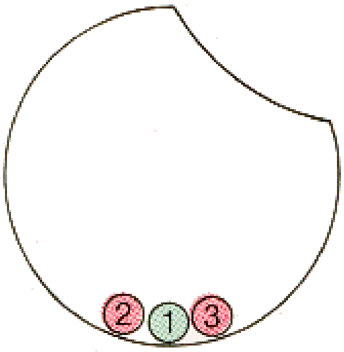
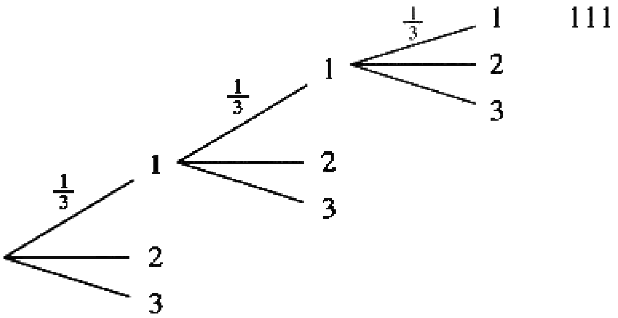
Wiederholtes Ziehen mit Zurücklegen – Lösungen

1. Aus der Urne wird dreimal mit Zurücklegen gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht man
   a) dreimal die 1,
   b) dreimal eine rote Kugel (2 bzw. 3)?

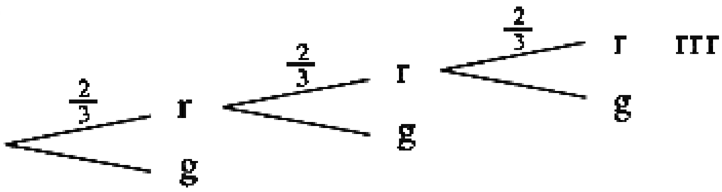


Lösung a)



$$P(111) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

Lösung b)



$$P(rrr) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

2. Eine Münze wird dreimal hintereinander geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man
   a) dreimal W,
   b) mindestens zweimal W,
   c) höchstens einmal W,
   d) im ersten und dritten Wurf W?

Lösung a)

$$P(WWW) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Lösung b)

ZWW, WZW, WWZ, WWW; $P(\text{mindestens zweimal W}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

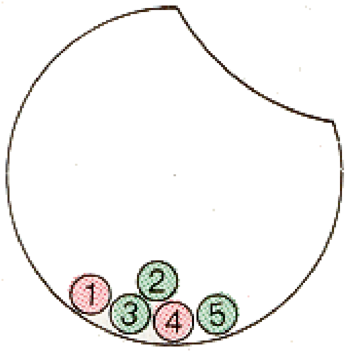
Lösung c)

ZZW, ZWZ, WZZ, ZZZ; $P(\text{höchstens einmal W}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Lösung d)

$$P(WZW, WWW) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

3. In einer Urne befinden sich rote Kugeln (1, 4) und grüne Kugeln (2, 3, 5). Aus dieser Urne wird zweimal mit Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass



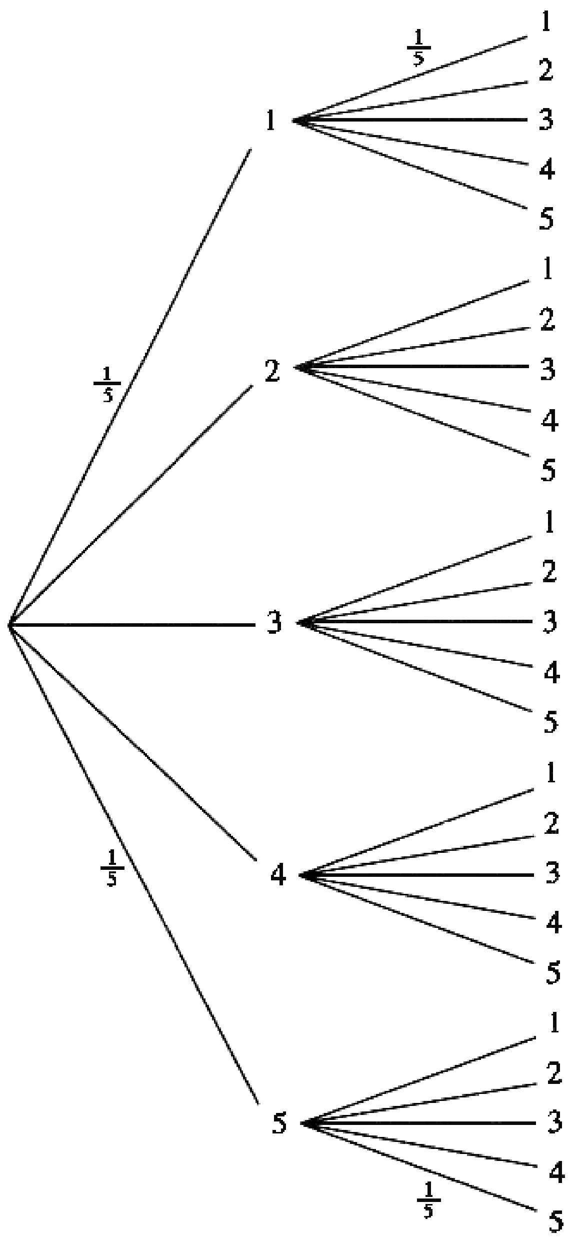
a) zweimal die 5,
b) im zweiten Zug die 5,
c) zweimal eine grüne Kugel,
d) im zweiten Zug eine grüne Kugel,
e) zweimal eine rote Kugel,
f) im zweiten Zug eine rote Kugel,
g) im ersten Zug eine grüne und im zweiten Zug eine rote Kugel,
h) eine grüne und eine rote Kugel gezogen wird?

Lösung a)

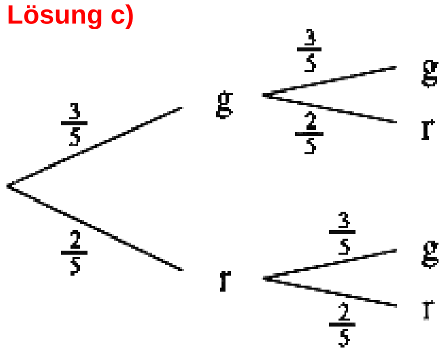
$$P(55) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

Lösung b)

$$P(\text{im zweiten Zug die 5}) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$



Lösung c)



$$P(gg)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$$

Lösung d)

$$P(\text{im zweiten Zug})=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$$

Lösung e)

$$P(rr)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$$

Lösung f)

$$P(\text{im zweiten Zug r})=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$$

Lösung g)

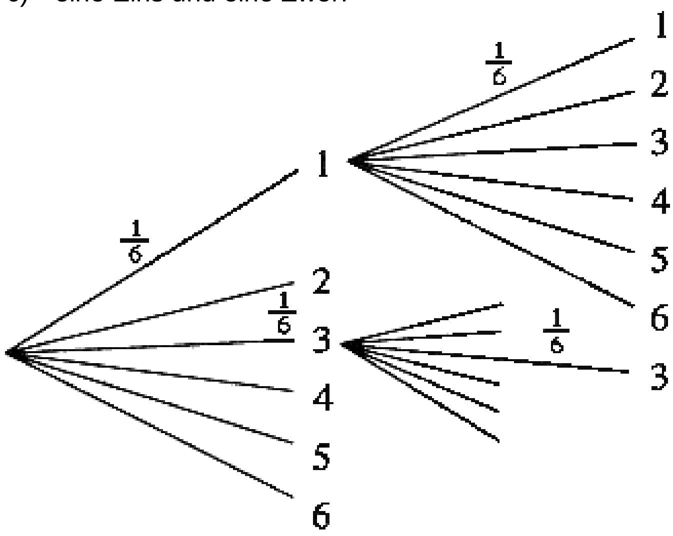
$$P(gr)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{25}$$

Lösung h)

$$P(\text{g und r})=\frac{12}{25}$$

(je 6 Möglichkeiten für gr und rg)

4. Ein Würfel wird zweimal hintereinander geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fallen
   a) zwei Dreier,
   b) genau eine Eins,
   c) eine Eins und eine Zwei?



Lösung a)

$$P(33)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$$

Lösung b)

12, 13, 14, 15, 16, 21, 31, 41, 51, 61

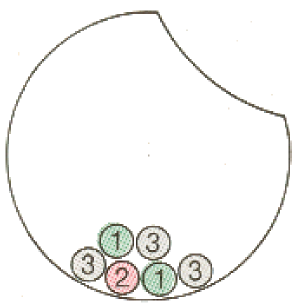
$$P(\text{genaue eine 1})=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$

Lösung c)

12, 21

$$P(\text{eine 1 und eine 2})=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$$

5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man beim mehrmaligen Ziehen mit Zurücklegen aus der Urne nachstehende Ziffernfolgen erhält?
   a) 12 nach zweimaligem Ziehen,
   b) 223 nach dreimaligem Ziehen,
   c) 1313 nach viermaligem Ziehen?



$P(1)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3};\ \ P(2)=\frac{1}{6};\ \ P(3)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

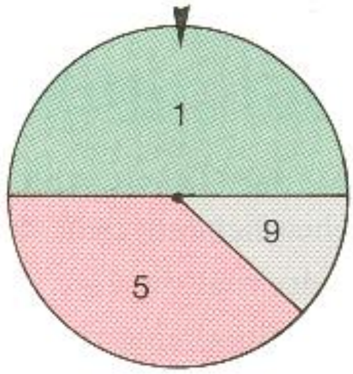
a) $P(12)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{18}$

b) $P(223)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{72}$

c) $P(1313)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{36}$

6. Durch dreimaliges Drehen des Glücksrades sollen dreistellige Zahlen gebildet werden. Die erste Drehung liefert die Hunderter, die zweite Drehung liefert die Zehner, die dritte Drehung die Einer. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man nachstehende Zahlen:

a) die kleinste dreistellige Zahl,
b) die kleinste dreistellige Zahl mit drei verschiedenen Ziffern,
c) die größte dreistellige Zahl mit zwei verschiedenen Ziffern,
d) die größte dreistellige Zahl?



$P(1)=\frac{1}{2};\ \ P(5)=\frac{3}{8};\ \ P(9)=\frac{1}{8}$

a) $P(111)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

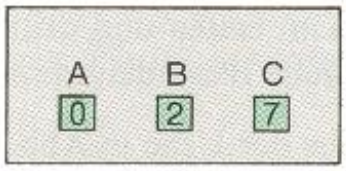
b) $P(159)=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{8}=\frac{3}{128}$

c) $P(955)=\frac{1}{8}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{3}{8}=\frac{9}{512}$

d) $P(999)=\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{512}$

7. Bei dem Spielautomaten ergeben die drei Walzen A, B und C dreistellige Zahlen. Auf jeder Walze stehen die Ziffern 0, 1, 2, ..., 9.
A liefert die Hunderter, B die Zehner, C die Einer. Berechne die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ergebnisse:

a) drei Nullen,
b) drei gleiche Ziffern,
c) zwei gleiche gerade Ziffern für die Hunderter und Zehner und eine beliebige gerade Ziffer für die Einer.



$P(\text{jede Ziffer})=\frac{1}{10}$

a) $P(000)=\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}=\frac{1}{1000}$

b) $P(\text{drei gleiche Ziffern})=\frac{10}{1000}=\frac{1}{100}$

c) 000, 002, 004, 006, 008, 220, 222, ..., 886, 888

25 Möglichkeiten

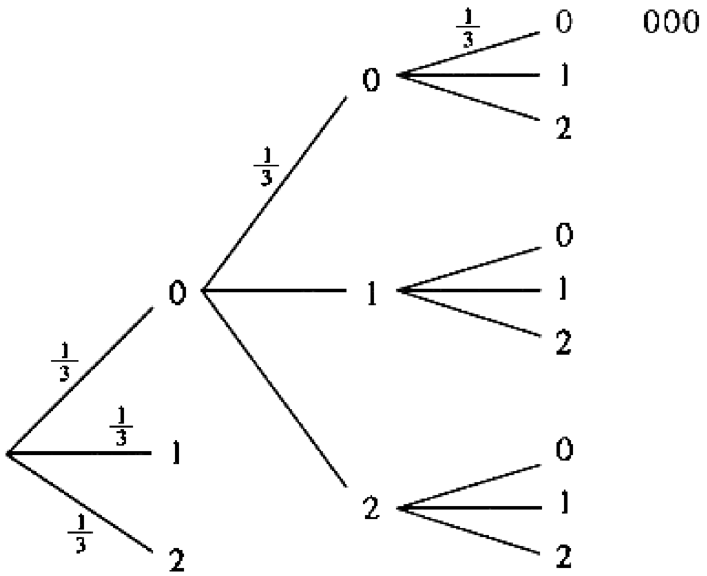
$P(C)=\frac{25}{1000}=\frac{1}{40}$

8. Beim Fußballtoto bedeutet 1 Sieg des erstgenannten Vereins, 2 Sieg des zweitgenannten Vereins, 0 Unentschieden. Sagt man den Ausgang von 11 Spielen richtig voraus, so erhält man einen Gewinn im 1. Rang.

a) Nehmen wir an, dass nur 3 Spiele im Toto geführt werden, deren Spielergebnisse richtig vorauszusagen sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, den unentschiedenen Ausgang dieser drei Spiele der Tippreihe richtig vorauszusagen?

b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, vier Spiele richtig zu tippen, wenn die Tippreihe aus vier Spielen besteht?

c) Wie viele Tippreihen müssten ausgefüllt werden, um ganz sicher eine Reihe mit 11 Richtigen zu erhalten?



a) $P(000)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$; 27 Möglichkeiten

b) $P(4\text{ Richtige})=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81}$; 81 Möglichkeiten

c) $P(11\text{ Richtige})=\left(\frac{1}{3}\right)^{11}=\frac{1}{177147}$; 177147 Tippreihen