Aufgabe 1

a)

► Wahrscheinlichkeit ermitteln

Bei dieser Aufgabe hast du vier verschiedene Farben mit jeweils acht verschiedenen Motiven - insgesamt also $4 \cdot 8 = 32$ Karten.
Dies bedeutet, dass jedes Motiv vier mal in unterschiedlichen Farben vorkommt.
Es hat also unter 32 Karten vier Asse → 4 aus 32 oder $\frac{4}{32}$.

Berechne nun diesen Bruch:
$\frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\,\%$

Die Wahrscheinlichkeit, ein Ass zu ziehen beträgt 12,5 %.

Aufgabe 2

a)

► Baumdiagramm zeichnen

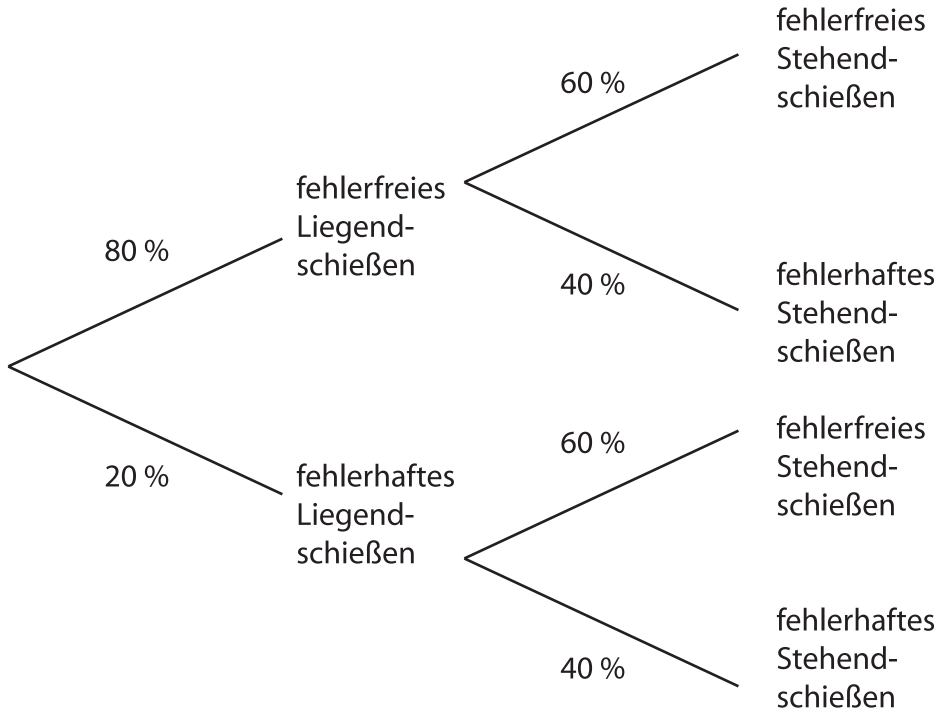
In dieser Aufgabe musst du mit den Angaben der Aufgabenstellung ein Baumdiagramm zeichnen und anschließend Wahrscheinlichkeiten für bestimmte Ereignisse ermitteln.

Als erstes wird im Liegen geschossen, danach folgt der Schießdurchgang im Stehen.
Es gibt jeweils die Möglichkeit eines fehlerfreien und eines fehlerhaften Durchgangs.

Die Wahrscheinlichkeit für fehlerfreies Liegendschießen beträgt 80 %, demnach muss die Wahrscheinlichkeit für fehlerhaftes Liegendschießen bei 20 % liegen.

Die Wahrscheinlichkeit für fehlerfreies Stehendschießen liegt bei 60 %, also liegt die Wahrscheinlichkeit für fehlerhaftes Stehendschießen bei 40 %.

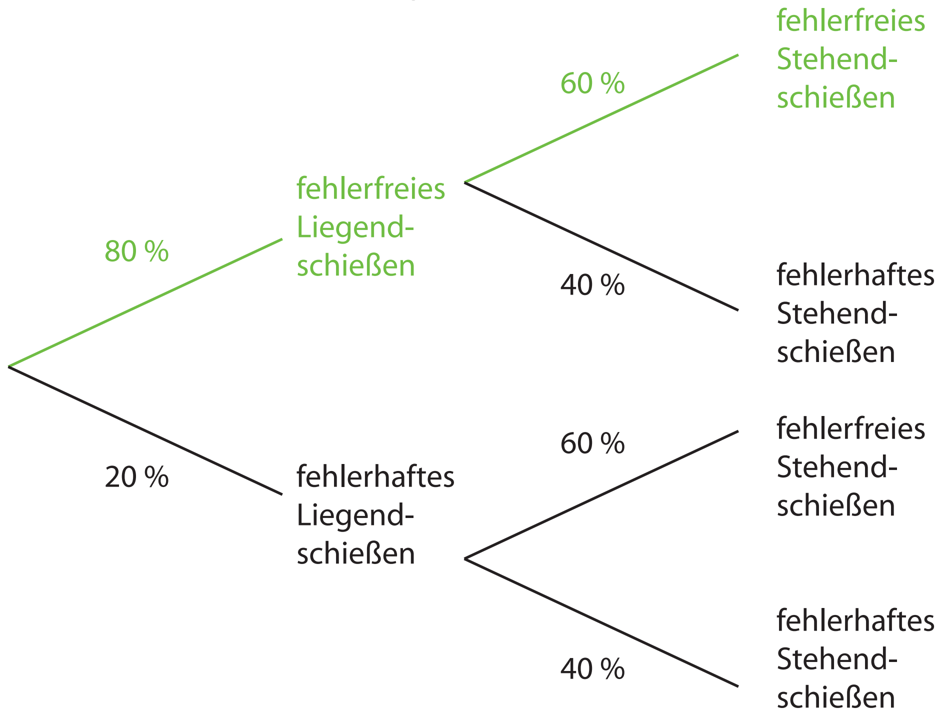
Du musst also mit dem Liegendschießen beginnen und anschließend die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten abtragen. Das Baumdiagramm sieht demnach folgendermaßen aus:


80 %
20 %
fehlerfreies Liegend-schießen
fehlerhaftes Liegend-schießen
60 %
40 %
60 %
40 %
fehlerfreies Stehend-schießen
fehlerhaftes Stehend-schießen
fehlerfreies Stehend-schießen
fehlerhaftes Stehend-schießen

Nun sollst du die Wahrscheinlichkeiten für zwei bestimmte Ereignisse ermitteln:

▸▸ A: Beide Schießdurchgänge werden fehlerfrei absolviert

Hier musst du mit der **Pfadmultiplikation** arbeiten. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Durchgang im Liegen fehlerfrei verläuft liegt bei 80 %. Die Wahrscheinlichkeit für ein fehlerfreies Stehendschießen wiederum liegt bei 60 %.



Nun musst du die beiden Werte nur noch multiplizieren:

$P(A) = 0,8 \cdot 0,6 = 0,48 = 48\%$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Durchgänge fehlerfrei absolviert werden, liegt also bei 48%.

▸▸ B: Genau ein Schießdurchgang wird fehlerfrei absolviert

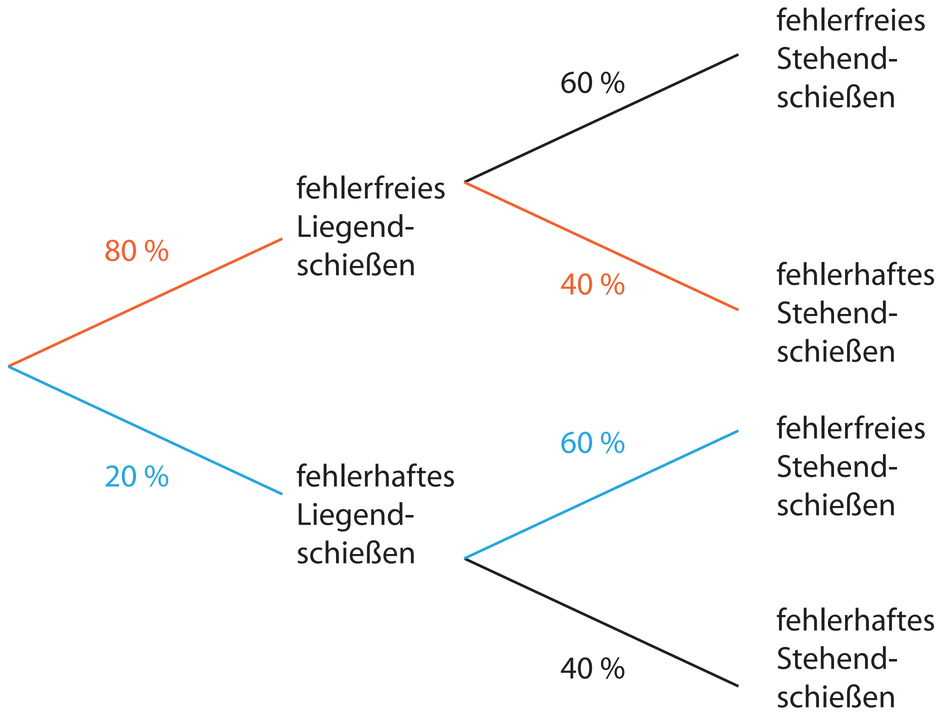
Hier musst du mit der **Pfadmultiplikation** und der **Pfadaddition** arbeiten. Es gibt zwei Möglichkeiten, dass *genau ein* Durchgang fehlerfrei absolviert wird.

1. Fehlerhaftes Liegendschießen, fehlerfreies Stehendschießen:

$P(1) = 0,2 \cdot 0,6 = 0,12$.

2. Fehlerfreies Liegendschießen, fehlerhaftes Stehendschießen:

$P(2) = 0,8 \cdot 0,4 = 0,32$.



Diese beiden Möglichkeiten musst du addieren:

$P(B) = 0,8 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,6 = 0,44 = 44\%.$

Die Wahrscheinlichkeit, dass genau ein Durchgang fehlerfrei absolviert wird, liegt also bei 44%.

Aufgabe 3

a) ► **Ermitteln der Pfadwahrscheinlichkeiten** x **und** y

Betrachte die Situation, die vorliegt: In einem Ziehungsbehälter sind weiße und schwarze Kugeln, von denen nun zwei **ohne Zurücklegen** gezogen werden. Wie viele Kugeln von jeder Farbe im Behälter sind, geht aus dem Text alleine nicht hervor.

Gesucht sind nun die fehlenden Pfadwahrscheinlichkeiten x und y. Sie geben dir jeweils an, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine schwarze bzw. eine weiße Kugel gezogen wird.

Du kannst so vorgehen:

- Aus den gegebenen Pfadwahrscheinlichkeiten kannst du schließen, wie viele Kugeln zu Beginn **insgesamt** im Behälter liegen und wie viele dieser Kugeln **schwarz** bzw. **weiß** sind.
- Berechne auf dieser Grundlage die Wahrscheinlichkeit x.
- Überlege: Die Kugel, die zuerst gezogen wird, wird nicht mehr zurückgelegt. Auf der zweiten Stufe befindet sich also **eine Kugel weniger** im Behälter. Die Anzahl der schwarzen bzw. weißen Kugeln hängt davon ab, welche Kugel zuerst gezogen wurde. Berechne so die Wahrscheinlichkeit y.

1. Schritt: Wahrscheinlichkeit x berechnen

Betrachte die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm. Bei der Wahrscheinlichkeit auf der Stufe findest im Nenner die Zahl 12, bei den Wahrscheinlichkeiten auf der zweiten Stufe findest du im Nenner die Zahl 11.

Diese Wahrscheinlichkeit ist immer gleich aufgebaut:

$$p = \frac{\text{Günstige}}{\text{Mögliche}}$$

Die „Möglichen" sind in diesem Fall die gesamte Anzahl der Kugeln im Behälter. Du weißt nun also, dass im ersten Zug insgesamt 12 Kugeln im Behälter sind und im zweiten Zug noch 11.

Auf der ersten Stufe wird die Wahrscheinlichkeit für eine weiße Kugel mit $\frac{3}{12}$ angegeben. Also sind **3 von 12** Kugeln weiß. Somit müssen die restlichen 9 Kugeln schwarz sein.

Wenn 9 von 12 Kugeln schwarz sind, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit, eine schwarze Kugeln zu ziehen, genau $\frac{9}{12}$. Dies ist die Pfadwahrscheinlichkeit x.

2. Schritt: Wahrscheinlichkeit y berechnen

Du weißt nun, dass zu Beginn 3 weiße und 9 schwarze Kugeln in der Urne waren. Nun ist bereits eine Kugel gezogen. Diese kann sowohl weiß als auch schwarz sein.

Der Fall, dass die Kugel weiß ist, wird im **oberen Teil** des Baumdiagramms behandelt. Im unteren Teil, in dem sich auch die Pfadwahrscheinlichkeit y befindet, wird der Fall behandelt, dass die Kugel schwarz war. y gibt dir dabei die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass auch die **zweite** Kugel schwarz ist.

Wenn im ersten Zug eine schwarze Kugel gezogen wird, dann heißt das:

- Es sind insgesamt noch 11 Kugeln im Behälter.
- Von diesen 11 Kugeln sind noch 8 schwarz und 3 weiß.

Die Wahrscheinlichkeit, im zweiten Zug eine schwarze Kugel zu ziehen, beträgt also $\frac{8}{11}$. Dies ist die Pfadwahrscheinlichkeit y.

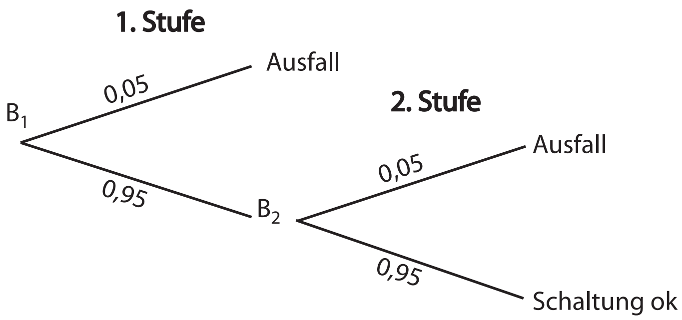
Insgesamt ergibt sich also $x = \frac{9}{12}$ und $y = \frac{8}{11}$.

Aufgabe 4

1. ► **Zeichnen des Baumdiagramm und bestimmen der Wahrscheinlichkeit**

1. Teil: Baumdiagramm

Das Baumdiagramm, welches die Ausfallwahrscheinlichkeit beschreiben soll ist zweistufig. Die erste Stufe beschreibt das erste Bauteil B_1 und dessen Ausfallwahrscheinlichkeit (0,05). Fällt dieses Bauteil aus, so wird die zweite Stufe des Baumdiagramm nicht erreicht und die ganze Schaltung fällt aus. Die zweite Stufe beschreibt die Ausfallwahrscheinlichkeit (0,05) des zweiten Bauteil B_2, fällt dieses aus so fällt ebenfalls die ganze Schaltung aus.
Hast du diese Aspekte berücksichtigt, dann sollte dein Baumdiagramm so aussehen:



2. Teil: Berechnen der Wahrscheinlichkeit

Die Wahrscheinlichkeit $P_{\text{k.A.}}$, dass die Schaltung nicht ausfällt, berechnest du hier über die sogenannte Pfadmultiplikation. Dazu musst du die Wahrscheinlichkeiten der Pfade, die das entsprechende Ereignis repräsentieren, multiplizieren. Hier sind es die Wahrscheinlichkeiten $P_{\text{k.A. B1}}$ und $P_{\text{k.A. B2}}$, welche die Wahrscheinlichkeit für keinen Ausfall der Bauteile B_1 und B_2 repräsentieren:

$$P_{\text{k.A.}} = P_{\text{k.A. B1}} \cdot P_{\text{k.A. B2}}$$
$$P_{\text{k.A.}} = 0,95 \cdot 0,95$$
$$P_{\text{k.A.}} = 0,9025$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Reihenschaltung nicht ausfällt ist 0,9025 (oder 90,25 %).

2. ► **Entscheiden, welche Aussage wahr ist**

Bevor du entscheiden kannst, welche der drei Aussagen die richtige ist, musst du zuerst die Wahrscheinlichkeit P für keinen Ausfall der Reihenschaltung berechnen.

Beim bestimmen dieser Wahrscheinlichkeit gehst du vor wie im ersten Aufgabenteil. Hier sind es statt zwei, drei Bauteile die ausfallen können:

$$P = P_{\text{k.A. B1}} \cdot P_{\text{k.A. B2}} \cdot P_{\text{k.A. B3}}$$
$$P = 0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,95$$
$$P = 0,86$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Schaltung mit 3 Bauteilen nicht ausfällt ist $0,86$ (oder $86\,\%$) und damit kleiner als die Wahrscheinlichkeit für keinen Ausfall ($P = 0{,}9025$) bei 2 Bauteilen. Dies liegt daran, dass mit dem 3. Bauteil ein weiterer unsicherer Faktor in die Schaltung kommt, es wird wahrscheinlicher, dass die Schaltung ausfällt. Die Aussage III ist wahr.

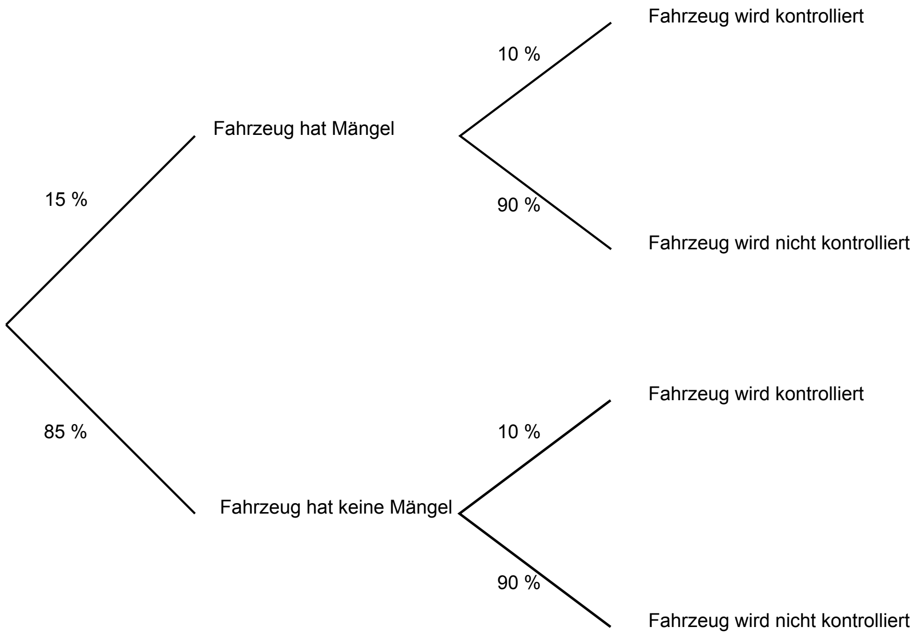
Aufgabe 5

1. ► **Wahrscheinlichkeit berechnen**

Du kannst die beschriebene Situation als **zweistufiges Baumdiagramm** darstellen. Mach dir aber zunächst die Wahrscheinlichkeiten klar:

Ein Fahrzeug besitzt mit einer Wahrscheinlichkeit von $15\,\%$ Mängel. Das **Gegenereignis** dazu lautet: „Ein Fahrzeug besitzt keine Mängel“. Die Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis liegt bei $100\,\% - 15\,\% = 85\,\%$.

Aus der Aufgabenstellung folgt, dass jedes zehnte Fahrzeug kontrolliert wird. In Prozent ausgedrückt bedeutet dies: Ein Fahrzeug wird mit einer Wahrscheinlichkeit von $10\,\%$ kontrolliert. Hier lautet das Gegenereignis „Ein Fahrzeug wird nicht kontrolliert“. Es besitzt die Wahrscheinlichkeit $100\,\% - 10\,\% = 90\,\%$.



Gefragt ist nun nach der Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Fahrzeug **ohne Mangel ist** und **überprüft wird**. Nach der Pfadregel ergibt sich:

$p = 0,85 \cdot 0,1 = 0,085 \mathrel{\widehat{=}} 8,5\,\%$.

Mit einer Wahrscheinlichkeit von $8,5\,\%$ wird ein Fahrzeug ohne Mangel überprüft.

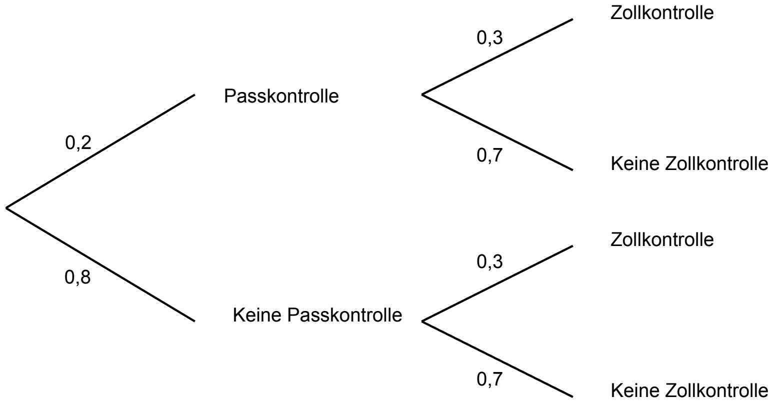
Aufgabe 6

1. **► Baumdiagramm zeichnen**

Der Sachverhalt lässt sich als **zweistufigen Zufallsversuch** deuten.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Passkontrolle durchgeführt wird, liegt bei $0,20$. Das Gegenereignis dazu lautet, dass **keine** Passkontrolle durchgeführt wird und tritt folglich mit einer Wahrscheinlichkeit von $1-0,20-0,80$ ein.

Ebenso für die Wahrscheinlichkeit einer Zollkontrolle: Das Gegenereignis „Es findet keine Zollkontrolle statt“ tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von $1-0,30-0,70$ ein.



2. **► Wahrscheinlichkeit berechnen**

Es soll die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden, dass bei einem Fahrgast **genau eine** Kontrolle erfolgt, d.h. dass **entweder** die Passkontrolle **oder** die Zollkontrolle durchgeführt wird.

Die günstigen Ereignisse sind also „Passkontrolle - keine Zollkontrolle“ und „keine Passkontrolle - Zollkontrolle“. Mit der **Pfadregel** kannst du die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse berechnen:

$P(\text{Passkontrolle - keine Zollkontrolle} = 0,2 \cdot 0,7 = 0,14$
$P(\text{keine Zollkontrolle - Passkontrolle} = 0,8 \cdot 0,3 = 0,24$

Nach der **Summenregel** werden nun die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse **addiert**:
$0,14 + 0,24 = 0,38 \mathrel{\widehat{=}} 38\,\%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von $38\,\%$ erfolgt bei einem Fluggast genau eine Kontrolle.